

## EL REPARTO CON FRACCIONES: EL CASO DE LA PROFESORA ISABEL

**Eliza Minnelli Olguín Trejo, Marta Elena Valdemoros Álvarez**

Cinvestav-IPN. (México)

[minnelli\\_angel@yahoo.com.mx](mailto:minnelli_angel@yahoo.com.mx), [mvaldemo@cinvestav.mx](mailto:mvaldemo@cinvestav.mx)

**Palabras clave:** escenarios didácticos, fracciones, reparto

**Key words:** teaching scenarios, fractions, sharing

### RESUMEN

Este trabajo da cuenta de los resultados obtenidos en el diseño de una intervención para la enseñanza-aprendizaje del reparto con fracciones, en primaria, a través de “Escenarios Didácticos”. Se aplicaron cuestionarios (maestros y alumnos) para identificar las dificultades que tienen al abordar temas relacionados con las fracciones. Se realizó una entrevista grupal a los profesores; de los datos obtenidos se tomaron criterios para el diseño de los “Escenarios Didácticos” y su aplicación. Por último, se aplicó una entrevista a la profesora Isabel, titular del grupo, en la cual se le proponía que diseñara un “Escenario Didáctico”. Se observó que los problemas cognitivos que tienen los niños son similares a los que presentan los docentes, por ello, la importancia de identificar dichas dificultades y diseñar propuestas que ayuden a superarlas.

### ABSTRACT

This paper reports the results obtained in the design of an intervention for teaching-learning sharing with fractions, elementary through “learning sceneries”. Questionnaires (teachers and students) were applied to identify the difficulties in addressing issues related to fractions. A group interview was conducted to teachers; data obtained from design criteria for the “Scenarios Didactic” and its application is made. Finally, an interview with Professor Isabel, head of the group, in which it is proposed to design “learning sceneries”, was applied. It was noted that the cognitive problems experienced by children are similar to those with teachers, therefore, the importance of identifying these difficulties and design proposals to help overcome them.

## ■ Introducción

Para que los alumnos superen las dificultades que presentan en la comprensión de las matemáticas, como es el caso del significado de la fracción, es necesario tomar en cuenta las necesidades y exigencias de los alumnos. Valdemoros (1993) enfatizó que el estudiante, para poder incorporar las fracciones, necesita mucho más que simplemente desarrollar designaciones y significados nuevos, sino que requiere de la creación de distintos instrumentos, como la incorporación de nuevas reglas sintácticas y la consideración de varias redefiniciones que incluyen, entre otras cosas, la identificación específica de la unidad que corresponde a ese conjunto numérico, el reconocimiento de expresiones equivalentes, modalidades particulares de operación aritmética, por mencionar sólo algunas. Lo anterior se debe considerar en la enseñanza-aprendizaje de la fracción.

Si todo esto es nuestra realidad educativa nacional es muy importante realizar investigación en torno a cómo introducir las fracciones en la escuela primaria, con qué herramientas didácticas y a través de cuáles vías de instrucción. Atendiendo lo anterior, nos permitimos plantear el problema de nuestro estudio: Exploración de los procesos iniciales de enseñanza-aprendizaje de las fracciones en situaciones de reparto, a través de la aplicación de instrumentos didácticos que faciliten en los alumnos la construcción del significado de cociente intuitivo y de nociones esenciales para la comprensión de estos números, específicamente, nociones relativas a la partición, la equivalencia, el orden y la identificación de la unidad.

Dada la relevancia y actualidad del problema, planteamos las preguntas de investigación.

¿Qué dificultades tienen los maestros cuando dan una clase sobre fracciones?

¿Cuáles son las principales dificultades que han observado los maestros en los niños al trabajar temas relacionados con las fracciones?

¿En qué medida la intervención en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones en situaciones de reparto y a través de escenarios didácticos, ayuda a la adquisición de nociones necesarias para la comprensión de la fracción?

Los niños, al confrontar sus estrategias para dar solución a problemas de reparto con fracciones ¿superan las dificultades en la comprensión de la fracción?

## ■ Marco Teórico

### La enseñanza y el aprendizaje de las fracciones

Solé y Coll (1999) señalan que la educación escolar es un proyecto social desarrollado en una institución también social. El profesor debe actuar como guía y mediador entre el niño y la cultura, mientras que el niño aprende y se desarrolla en la medida en la que construye significados apropiados, en torno a los contenidos que se van a enseñar.

Por otro lado, Kamii (1994) menciona que los maestros deben ver la enseñanza desde la perspectiva de cómo aprenden los alumnos y cómo llegan a comprender un contenido escolar. Manifiesta que la confrontación de ideas entre los alumnos facilita el desarrollo de un nivel de pensamiento más elevado cuando se sistematizan sus conocimientos previos. Lo que también influye es el clima social de la clase generado por el maestro y los alumnos. Cuando los alumnos aprenden, modifican sus ideas anteriores y

el maestro debe fomentar el intercambio de ideas entre los alumnos a manera de estimular su argumentación, defendiendo sus soluciones ante sus compañeros.

### **La Enseñanza experimental**

Perera y Valdemoros (2007, 2009) utilizaron un programa de enseñanza experimental con un enfoque constructivista, las actividades fueron realizadas fundamentalmente en torno a varios “escenarios didácticos” que representaban distintos espacios o ámbitos de aplicación de las fracciones. Cada “escenario didáctico” propició un ambiente de interacción entre compañeros donde hubo intercambio de ideas, discusión sobre sus puntos de vista, el reconocimiento de errores, lo que permitió el avance en sus conocimientos favorecidos por la reflexión de sus trabajos.

### **Las respuestas de los niños**

Schwarz, Hershkowitz y Azmon (2006) distinguen dos tipos de respuestas, una de ellas son las afirmaciones que son declaraciones o puntos de vista y los argumentos, que son declaraciones seguidas de explicaciones. Deducen que el salón de clase tiene el potencial para practicar las propuestas argumentativas a través de las interacciones eventualmente dirigidas hacia la construcción del conocimiento. El maestro, a través de estímulos, acompaña el pensamiento del alumno, animando el debate y así alienta a cambiar las afirmaciones por argumentos.

En cuanto a las respuestas erróneas Chick y Baker (2005) afirman que una vez que los conceptos equivocados o erróneos son reconocidos, el maestro debe decidir qué estrategias pueden usar. Puede utilizar el conflicto cognitivo como una estrategia en la que los estudiantes encuentran una situación que contradice su entendimiento inicial y ellos reevalúan esas creencias o dirigir los conceptos erróneos considerando ejemplos más simples.

### **El uso del pizarrón**

Para nuestro estudio, el uso que se le dio al pizarrón tuvo la intención que fuera un nexo entre su pensamiento, las palabras y las diferentes representaciones, permitiendo al alumno aproximarse a la realidad de lo que se quiso enseñar. También fue utilizado como la memoria de la clase (Litwin, 2008), lo que ayudó a los estudiantes a ver la conexión entre diferentes partes de la lección y la progresión de la misma (Isoda, Arcavi y Mena Lorca, 2007), proporcionando una acabada idea del sistema de conceptos presentado durante la clase, dando cuenta de la importancia de hacer un uso claro y ordenado del pizarrón, favoreciendo la evaluación de la comprensión o el análisis del cumplimiento de los propósitos de la clase.

En el pizarrón es permitido el error, pues al mostrar distintas miradas y estrategias de resolución, da lugar a la participación de todos los estudiantes, de modo que cada uno haga un aporte a la escritura pública en el pizarrón (Brailovsky, 2011); así, los alumnos pueden cambiar sus afirmaciones por argumentos (Schwarz, Hershkowitz, y Azmon, 2006) y superar sus dificultades, al confrontar sus ideas.

### **Las fracciones en situaciones de reparto**

Ya que nuestro estudio está centrado en el significado de la fracción como cociente, citamos a Kieren (1984) quien afirma que en la expresión  $a/b$  se encierran cinco significados diferentes, los cuales

denomina subconstructos: cociente, medida, operador multiplicativo, razón y relación parte-todo. La relación parte-todo la define como un todo que es cortado en partes iguales, usando la idea de fracción para cuantificar la relación entre el todo y un número designado de partes; este constructo elemental se relaciona con cada uno de los otros cuatro subconstructos, si se identifica una unidad apropiada a cada circunstancia (Kieren, 1983). En cuanto al significado de cociente, Kieren (1980) argumenta que está íntimamente relacionado con la relación parte-todo, permitiendo la cuantificación de los resultados al dividir una cantidad en un número determinado de partes con el propósito de realizar una distribución equitativa de las mismas.

### ■ Método de la Investigación

La escuela donde se realizó el estudio pertenece al sistema público y está localizada en una zona dentro del área urbana de la Ciudad de México, condiciones que favorecieron el desarrollo de la investigación. Se seleccionó un grupo integrado por 24 alumnos de tercer grado de primaria, sus edades están comprendidas entre 8 y 9 años.

Considerando las preguntas de investigación, se seleccionaron los instrumentos metodológicos pertinentes para realizar la investigación, los cuales son:

- a) Entrevista grupal y cuestionario para maestros. Con la finalidad de indagar acerca de las dificultades que han tenido al diseñar y desarrollar una clase de fracciones. Además de puntualizar las dificultades que han observado en los alumnos al enfrentarse a actividades relacionadas con fracciones. Parte de la originalidad del estudio es la confrontación de experiencias de diferentes docentes, explorando sus reflexiones didácticas para poder enriquecer el diseño de escenarios didácticos que permitan desarrollar nociones necesarias para la comprensión de la fracción.
- b) Observación de clase. Tanto del responsable de la investigación y por parte de dos observadores durante una clase impartida por la profesora Isabel, titular del grupo. Para conocer las situaciones propuestas que va delimitando su intervención, entre los que pueden destacar la organización de alumnos, las características diferenciales de los mismos, las características de los materiales didácticos empleados, además de las elaboraciones de los estudiantes.
- c) Cuestionario para los niños. De problemas de reparto que admiten una interpretación continua y discreta del todo. Con el propósito de conocer las ideas, nociones, conocimientos previos y estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas, en situaciones de reparto.
- d) Sesiones de enseñanza. Se completó el diseño de los “Escenarios didácticos” con base en las dificultades mencionadas por los maestros en el cuestionario. En el momento en que los alumnos proponen sus actividades y las exponen a sus compañeros se permite la confrontación entre la enseñanza y lo aprendido, lo cual es una manera de evaluar la instrucción a través del análisis y comparación de las propuestas del maestro y las propuestas de los alumnos. Se realizaron 9 sesiones de una hora, durante tres meses, se enfatizó la relación parte- todo y la relación parte-parte en los “Escenarios didácticos” Juegos infantiles y Taller de manualidades. En cuanto a las actividades centradas

en la partición se trabajaron: “El parque de diversiones” y “Los vehículos para ir de excursión”, ésta última se muestra en la figura 1.

Figura 1. “Escenario didáctico” Los vehículos para ir de Excursión para abordar las estrategias de partición.

Si a la excursión van a ir 80 alumnos. ¿Cómo acomodarias a los alumnos en los autobuses?



Piensa otra situación en relación a los autobuses, sólo recuerda que debes poner en cada autobús el mismo número de alumnos y todos tienen que ir a la excursión.

En dos “escenarios didácticos” (“El zoológico” y “El circo”), se abordó el orden de las fracciones. Con respecto a la equivalencia a través del reparto de comida los alumnos construyeron nociones de equivalencia (“Paseo familiar” y “El restaurante”). La plenaria fue un espacio donde los alumnos expusieron actividades relacionadas con los conocimientos adquiridos en el programa de enseñanza.

e) Diseño de un “Escenario didáctico” por parte de la profesora Isabel. Con la finalidad de indagar si el desarrollo de la propuesta didácticos modificó su práctica docente.

## ■ Resultados

En la entrevista grupal, organizados en dos equipos, los profesores resolvieron el siguiente problema: **Un collar se rompió mientras jugaban dos enamorados. Una hilera de perlas se escapó, la sexta parte al suelo cayó, la quinta parte en el lecho quedó, un tercio por la joven se salvó, la décima parte el bien amado recogió y con sus seis perlas el cordón quedó, dime lector cuántas perlas tenía el collar de los bienaventurados.**

Cada equipo dio una estrategias diferente, la resolución de uno fue con base en una suma y la otra estrategia, dada por el equipo donde se encontraba la profesora Isabel, se basó en considerar únicamente el denominador, el numeral que tuviera indicaba la cantidad de canicas que había (véase figura 2).

**Figura 2.** A la izquierda están los resultados obtenidos a través del algoritmo y a la derecha los resultados de los docentes que sólo consideraron el denominador.

|              |                           |              |                            |
|--------------|---------------------------|--------------|----------------------------|
| Suelo        | $\frac{1}{5} = 5$ perlas  | Suelo        | $\frac{1}{5} = 6$ perlas   |
| Lecho        | $\frac{1}{5} = 6$ perlas  | Lecho        | $\frac{1}{5} = 5$ perlas   |
| La joven     | $\frac{1}{3} = 10$ perlas | La joven     | $\frac{1}{3} = 3$ perlas   |
| El amado     | $\frac{1}{10} = 3$ perlas | El amado     | $\frac{1}{10} = 10$ perlas |
| Cordón       | 6 perlas = $\frac{1}{5}$  | Cordón       | 6 perlas                   |
| <b>TOTAL</b> | <b>30 perlas</b>          | <b>TOTAL</b> | <b>30 perlas</b>           |

Se les pidió a los docentes que identificaran cuál era la respuesta correcta dando argumentos, al no poder darlos sólo pedían que se les indicara cuál era la respuesta correcta. Por lo que se les tuvo que hacer algunas preguntas, de modo que reflexionaran respecto al proceso que les llevó a la solución. Al equipo de la maestra Isabel se les cuestionó sobre qué fracción es más grande  $\frac{1}{5}$  o  $\frac{1}{10}$ , a lo que respondieron  $\frac{1}{5}$ , se les preguntó después, si  $\frac{1}{5}$  es la fracción más grande ¿por qué hay menos canicas que en  $\frac{1}{10}$ ? Lo anterior les ayudó a identificar que el error se dio porque únicamente habían considerado el denominador, sin embargo, sus argumentos fueron muy escasos, casi nulos. Con ello, observamos que algunas dificultades que tienen los alumnos también las presentan los docentes.

En el cuestionario aplicado a los maestros y la entrevista grupal obtuvimos los siguientes resultados: ellos manifiestan que debido a la complejidad que hay al trabajar con fracciones deben facilitar la comprensión del contenido “bajando el nivel”, con ello, se entiende que buscan la manera de facilitar el aprendizaje. Destacan que el aprendizaje de los niños es momentáneo, por lo que deben fortalecer el concepto. Las dificultades que han observado en los alumnos son al dar la respuesta numérica a un problema donde se abordan las fracciones, también, al realizar las particiones y repartos, éstos carecen de equidad o no son exhaustivos, no comprenden la equivalencia, no saben diferenciar en dos fracciones distintas cuál es la mayor o menor.

Los docentes observan que sólo ponen atención al denominador, si éste es un número mayor, de acuerdo a los números naturales, entonces consideran que la fracción es mayor. En el cuestionario aplicado a los niños se observan las mismas dificultades expuestas por los maestros. Además de que les fue difícil utilizar dos estrategias de reparto para dar solución a un mismo problema. Los alumnos utilizaron cinco estrategias diferentes para dar solución a los problemas verbales. Las estrategias más utilizadas son cuando dividen cada unidad en el mismo número de personas y cuando reparten unidades a cada persona y lo que les sobra lo dividen en fracciones.

En la clase que observamos de la profesora Isabel trabajó el reparto, dividió al grupo en equipos, entregó un pastelillo a cada uno y pidió que lo repartieran entre los integrantes. Se observó que las particiones no fueron equitativas y los repartos carecieron de exhaustividad, en este caso algunos se comieron el sobrante. Para la profesora le fue difícil observar si los repartos fueron equitativos y exhaustivos por el material empleado, fue imposible hacer una actividad de reversibilidad. En ningún momento se les pidió que explicaran las estrategias de partición y reparto que utilizaron, sólo que indicaran qué fracción del pastelillo comió cada uno. Los niños, para responderle, contaron cuántas personas integraban el equipo y asignaban la fracción, por ejemplo si eran seis personas, respondieron que cada uno comió  $\frac{1}{6}$ .

Figura 3. Uso que se le dio al pizarrón en el “Escenario didáctico” diseñado por la maestra Isabel.



### ■ Conclusión

Concluimos el análisis diciendo que el avance mostrado en el diseño y empleo del “Escenario didáctico” de la profesora Isabel se manifestó en la atención que ahora presta a la relación que tiene el numerador y denominador, además a los procesos que siguió cada equipo para resolver el problema, los incitó a la discusión de modo que con argumentos justificaron el resultado que obtuvieron. El material que empleó para su “Escenario didáctico” le permitió seguir paso a paso los procesos que siguieron los estudiantes en la resolución del problema. Al finalizar su sesión pidió que realizaran algunas reflexiones en torno a la actividad realizada, a modo de llevar a cabo la formalización del conocimiento.

### ■ Referencias bibliográficas

- Brailovsky, D. (2011). *El juego y la clase: ensayos críticos sobre la enseñanza postradicional*. Buenos Aires: Noveduc.
- Chick, H. L. y Baker, M. K. (2005). Investigating teachers’ responses to student misconceptions. *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 249-256.



- Isoda, M., Arcavi, A. y Mena Lorca, A. (2007). *El estudio de clases japonés en matemáticas*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Kamii, C. (1994). *Reinventando la aritmética III*. Madrid: Visor Aprendizaje.
- Kieren, T. (1980). The rational number construt-Its elements and mechanisms. In T. Kieren (Ed.), *Recent Research on Number Learning* (pp. 125-150). Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. (1983). Partitioning, equivalence and the construction of rational number ideas. In W. Zwing (Ed.), *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 506-508), Boston: Birkhauser.
- Kieren, T. (1984). Mathematical knowledge Building: the mathematics teacher as consulting architect. In *35<sup>th</sup> International Congress of Mathematical Education* (pp.187-194).
- Litwin, E. (2008). El oficio del docente y las nuevas tecnologías: herramientas, apremios y experticias. *EducaçãoUnisinos*, 12(3), 167-173.
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2007). Propuestas didácticas para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en educación matemática XI*, 209-218. Tenerife: Edición KA.
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2009). The case of Karla in the experimental teaching of fractions. *Proceeding of the 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 361-368.
- Schwarz, B., Hershkowitz, R. y Azmon, S. (2006). The role of the teacher in turning claims to arguments. In J. Novotna, H. Moraova, M. Kratka, y N. Stelinkova (Eds.), *Proceeding of the 30th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 65-72), Praga: Charles University in Prague. Faculty of Education.
- Solé, I. y Coll, C. (1999). Los profesores y la concepción constructivista. En C. Coll, E. Martín, T. Mauri, M. Miras, J. Onrubia, I. Solé y A. Zabala (Eds.), *El constructivismo en el aula* (pp. 7-23). Barcelona: Graó.
- Valdemoros, M. (1993). *La construcción del lenguaje de las fracciones y de los conceptos involucrados en él*. Tesis doctoral no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.